

PENINGKATAN REOLUSI PERHITUNGAN FREKUENSI GELOMBANG SINUS MENGGUNAKAN FFT (IMPROVING CALCULATION RESOLUTION OF SINE WAVE FREQUENCY USING FFT)

Sri Kliwati

Pusat Teknologi Roket

Lembaga Penerbangan dan Antariksa Nasional

Jalan Raya LAPAN Rumpin Bogor Indonesia

e-mail: sri.kliwati@lapan.go.id

Diterima 20 Februari 2015, Direvisi 9 Maret 2015, Disetujui 12 Maret 2015

ABSTRACT

Calculation of sine signal frequency changes is very important for applications in instrumentation. Such as the Doppler system that also requires the calculation of the output of the sine wave frequency. This article discusses the increase in resolution of the sine wave frequency change calculation algorithm based FFT (Fast Fourier Transform). The addition of a data sampling time can significantly improve the frequency resolution, but the sampling data becomes lower. On the application of the Doppler frequency 440 MHz speeds resolution of about 6.8 m / sec with 10 Hz data sampling. Resolution and sampling of this data should be adjusted to the speed and duration of the rocket flew for optimum measurement.

Keywords: *Frequency resolution, Sine wave, FFT*

ABSTRAK

Perhitungan perubahan frekuensi sinyal sinus sangat penting untuk aplikasi pada instrumentasi. Seperti pada sistem Doppler yang juga memerlukan perhitungan frekuensi keluaran berupa gelombang sinus. Tulisan ini membahas peningkatan resolusi perhitungan perubahan frekuensi gelombang sinus berbasis algoritma *Fast Fourier Transform* (FFT). Penambahan waktu sampling data dapat meningkatkan resolusi frekuensi dengan signifikan, tetapi sampling data menjadi lebih rendah. Pada aplikasi frekuensi Doppler 440 MHz resolusi kecepatan sekitar 6.8 m/detik dengan sampling data 10 Hz. Resolusi dan sampling data ini harus disesuaikan dengan kecepatan dan durasi terbang roket agar optimal dalam pengukurannya.

Kata kunci: *Resolusi frekuensi, gelombang sinus, FFT.*

1 PENDAHULUAN

Frekuensi merupakan parameter penting pada sistem Doppler yang keluarannya berupa gelombang sinus. Perubahan frekuensi sinyal pembawa radio yang diterima pada stasiun monitor dapat diubah menjadi kecepatan obyek yang diukur. Perhitungan ini berbasis FFT yang merupakan algoritma utama dalam sinyal berbasis frekuensi [Chang Cui, 2013; Tomas Harcarik, 2012; Xiufen Yu, 2015]. Algoritma FFT ini cukup memakan memori dan prosesor, dan cukup sulit untuk diproses di prosesor *onboard (microcontroller)* [S. Neethu, 2015]. Jika harus dilakukan secara *onboard* memerlukan prosesor khusus. Akan tetapi proses algoritma ini hanya dilakukan di stasiun pemantau dengan menggunakan PC. Perangkat lunak yang digunakan untuk PC banyak menggunakan Matlab dan digunakan dalam berbagai bidang, baik bidang antena dan *image processing* [Kai Yang, 2014; P. Galvin, 2014], bidang aplikasi Doppler [Inan Guler, 2002; Jianxin Wu, 2012; Keeton, 1998], dan bidang pemrosesan data *Global Positioning System* (GPS) [Hong Li, 2008]. Untuk meningkatkan akurasi perhitungan frekuensi, maka algoritma yang akan diterapkan harus dikaji dan ditentukan parameter perhitungan yang tepat. Parameter tersebut antara lain adalah kecepatan sampling data, durasi akuisisi data, dan sampel FFT. Oleh karena itu sangat penting untuk melakukan penelitian peningkatan akurasi perhitungan frekuensi berbasis

FFT terhadap parameter-parameter tersebut. Untuk mempermudah analisis maka perangkat lunak Matlab menjadi pertimbangan untuk diaplikasikan. Perhitungan akurasi dapat kita lakukan dengan menggunakan sinyal dengan minimal dua buah frekuensi yang bedekatan sesuai dengan resolusi frekuensi, jika dapat dideteksi keduanya maka algoritma tersebut dapat menghitung resolusi tersebut. Metode perhitungan akurasi tersebut akan mudah dilakukan dan dibuktikan dengan mudah.

Tulisan ini membahas peningkatan akurasi frekuensi sinyal Doppler dengan optimalisasi parameter FFT. Parameter yang akan diteliti adalah sampling frekuensi dan waktu pengambilan data. Peningkatan akurasi frekuensi akan disimulasikan dengan variabel parameter, sehingga diperoleh parameter yang tepat. Perangkat lunak yang digunakan adalah Matlab dengan menggunakan sebuah PC desktop yang mudah digunakan untuk simulasi dan sudah ada *toolbox* sinyal prosesing termasuk algoritma FFT dan sebagainya.

2 RESOLUSI FREKUENSI BERBASIS FOURIER TRANSFORM

Transformasi dari domain waktu ke domain frekuensi (dan kembali lagi) didasarkan pada *Fourier transform* dan sebaliknya, yang didefinisikan sebagai,

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j2\pi f t} dt \quad (2-1)$$

dan

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) e^{j2\pi f t} df \quad (2-2)$$

Di sini, $s(t)$, $S(\omega)$, dan f masing-masing adalah sinyal waktu, sinyal frekuensi dan frekuensi, dan $j = \sqrt{-1}$. FT berlaku untuk sinyal waktu yang periodik dan non-periodik yang memenuhi kondisi minimum tertentu. Hampir semua sinyal dengan mudah memenuhi kondisi ini. (Perlu dicatat bahwa deret Fourier adalah kasus khusus dari FT). Untuk menghitung transformasi Fourier secara numerik pada komputer, diperlukan diskritisasi plus integrasi numerik. Ini adalah pendekatan yang benar (yaitu matematika), secara analitik didefinisikan FT dalam lingkungan sintetik (dijital), dan disebut *Discrete Fourier Transform* (DFT). DFT dari sinyal waktu sampel selama periode T , dengan rata-rata sampling Δt dapat diberikan sebagai

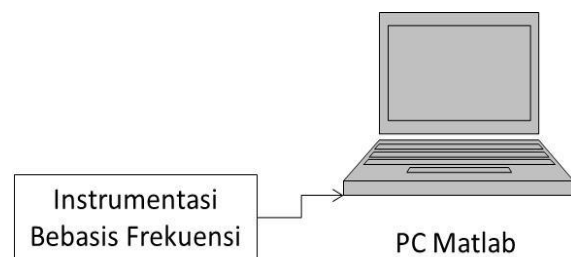
$$S(m\Delta f) = \frac{T}{N} \sum_{n=0}^{N-1} s(n\Delta t) e^{-j2\pi m\Delta f n\Delta t} \quad (2-3)$$

Di mana $\Delta f = 1/T$, dan berlaku pada frekuensi hingga $f_{max} = 1/(2\Delta t)$. FFT adalah algoritma untuk perhitungan DFT, yang sebelumnya DFT membutuhkan waktu komputasi dengan jumlah berlebih, khususnya ketika dibutuhkan sampel (N) yang tinggi. FFT memaksa asumsi selanjutnya, bahwa N adalah bilangan bulat kelipatan dari 2. Hal ini memungkinkan simetri tertentu sehingga terjadi pengurangan jumlah perhitungan (khususnya perkalian) yang harus dikerjakan. Secara Matematika definisi transformasi Fourier dapat digunakan untuk menghitung FT dari fungsi pada sembarang frekuensi. Tidak ada frekuensi maksimum, atau batas resolusi frekuensi, karena ini adalah pembatasan numerik FT. Frekuensi maksimum dalam DFT atau FFT tergantung pada interval sampling, dan resolusi frekuensi ditentukan oleh panjang rekaman sinyal. Artinya sampel N dari sinyal waktu direkam selama durasi yang berhingga T dengan periode sampling Δt ($N=T/\Delta t$)

dapat ditransformasikan ke dalam sampel N dalam domain frekuensi antara $-f_{max}$ dan $+f_{max}$ menurut

$$f_{max} = \frac{1}{2\Delta t} \quad (2-4)$$

Karena interval sampling dan panjang rekaman sinyal adalah berhingga dalam perhitungan numerik, dalam komputer resolusi dan frekuensi maksimum juga berhingga. Berdasarkan teori di atas, maka resolusi perhitungan frekuensi berbasis FFT dapat dilakukan dengan durasi data dan tidak berhubungan dengan kecepatan sampling data.



Gambar 2-1: Sistem perhitungan frekuensi berbasis PC-Matlab untuk instrumen dengan output frekuensi

Teori di atas akan digunakan untuk simulasi dan analisa perhitungan frekuensi berbasis FFT agar mendapatkan parameter dan hasil yang optimal. Aplikasi parameter yang digunakan adalah untuk sistem Doppler pelacak posisi roket.

3 SIMULASI DAN ANALISIS

Simulasi dilakukan dengan membuat sinyal sinus dengan perubahan parameter, sinyal yang digunakan adalah sinyal sinusoidal yang ditulis sebagai berikut:

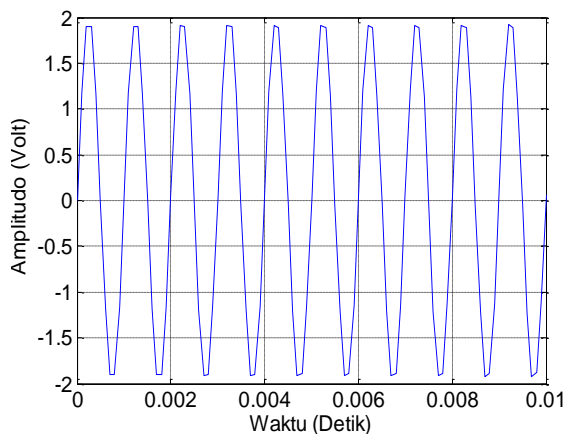
$$S = \sin(2\pi \times 1000.0 \times t) + \sin(2\pi \times (1000.0 + \Delta f) \times t) \quad (3-1)$$

Sebagai contoh di sini dengan mengasumsikan sinyal dari aplikasi Doppler yang mementingkan akurasi perhitungan frekuensi. Disini S adalah sinyal Doppler, A adalah amplitudo, f adalah frekuensi Doppler, dan t adalah waktu.

Tabel 3-1: PARAMETER SIMULASI SINYAL DOPPLER

Parameter	Nilai
Amplitudo, A	1 Volt
Frekuensi, f	500~3000 Hz
Durasi data, t	0~10 detik
Sampling frekuensi, F_s	10~100 kHz
Frekuensi Radio	440 MHz

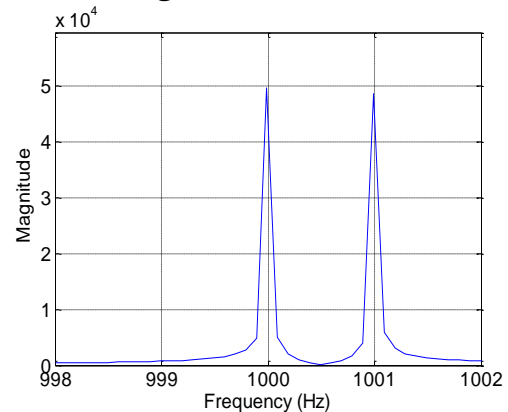
Tabel 3-1 adalah parameter yang digunakan untuk simulasi peningkatan akurasi frekuensi Doppler. Durasi data dan sampling frekuensi merupakan parameter yang akan digunakan untuk peningkatan akurasi. Gambar 3-1 merupakan salah satu contoh sinyal Doppler dengan frekuensi 1000 Hz dan 1001 Hz. Dapat kita lihat sinyal seperti hanya satu buah frekuensi atau 1000 Hz saja, hal tidak terlihat pada grafik sinyal berbasis waktu. Akan tetapi sebenarnya ada dua buah frekuensi yang perbedaannya hanya dapat dilihat dengan menghitung frekuensinya. Akan tetapi jika algoritma untuk menghitung spektrum frekuensi kurang tepat, maka perbedaan tersebut juga tidak akan terlihat.



Gambar 3-1: Sinyal sinusoidal dengan dua buah frkuensi yang berdekatan (sekitar 1K Hz)

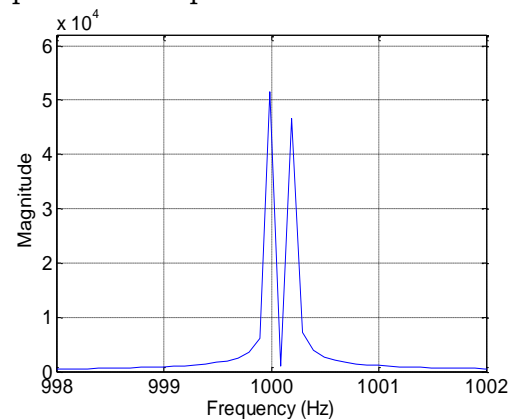
Berbasis algoritma FFT, sinyal pada Gambar 3-1 diproses dengan beberapa parameter untuk menghitung spektrum dan menentukan frekuensi Doppler. Untuk menentukan akurasi, maka perlu ditentukan dengan frekuensi yang berbeda, misal 1000 Hz dan 1001 Hz beda 1 Hz. Jika dapat dideteksi perbedaan

tersebut, maka algoritma tersebut dapat ditentukan akurasi. Berbasis persamaan (2-1) sampai dengan (2-4), maka spektrum frekuensi sinyal tersebut dapat dilihat pada Gambar 3. Terlihat perbedaan frekuensi 1 Hz dapat dideteksi dengan baik.

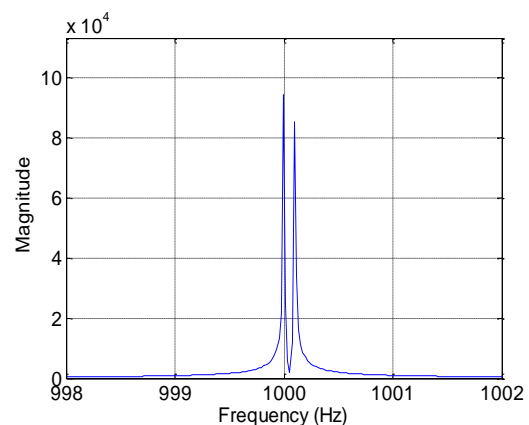


Gambar 3-2: Sinyal sinusoidal dengan dua buah frekuensi berdekatan (sekitar 1K Hz)

Selanjutnya dengan mengubah parameter durasi seperti pada persamaan (2-4) perubahan frekuensi hingga 0.1 Hz dan 0.01 Hz juga dapat dideteksi seperti dapat kita lihat pada Gambar 3-3 dan 3-4.



Gambar 3-3: Sinyal sinusoidal dengan dua buah frekuensi berdekatan (sekitar 1 K Hz)



Gambar 3-4: Sinyal sinusoidal dengan dua buah frekuensi berdekatan (sekitar 1K Hz)

Akan tetapi, jika durasi terlalu lama maka jumlah data kecepatan yang didapat juga semakin sedikit tiap detiknya. Untuk aplikasi kecepatan obyek yang cepat akan sangat mengganggu jika data hanya sedikit, hal ini hanya cocok untuk obyek dengan kecepatan rendah. Sebaliknya kecepatan cepat perlu adanya pengaturan antara resolusi frekuensi dan besar perubahan frekuensi yang optimal. Untuk menghitung kecepatan roket, maka diperlukan sebuah radio pemancar pada roket dan diterima dengan menggunakan penerima Doppler yang dapat membaca perubahan frekuensi menjadi sinyal sinus. Kecepatan roket V [m/detik] dapat dihitung dengan mengukur perubahan frekuensi sinyal carrier F_2 dengan persamaan berikut,

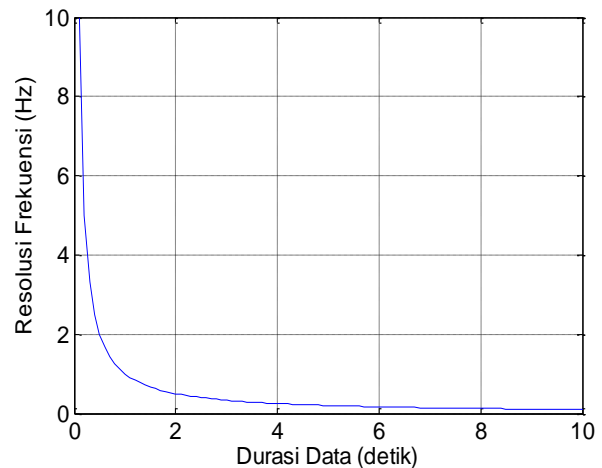
$$V = \frac{(F_2 - F) \times C}{F_2} \tag{3-2}$$

Disini F_2 440 [MHz] adalah frekuensi radio yang dipancarkan *transmitter* dan F adalah frekuensi radio yang diterima. Semakin besar kecepatan roket maka perubahan juga akan semakin besar, sebaliknya jika semakin lambat maka perubahan frekuensi juga akan semakin sedikit, oleh karena itu perlu resolusi yang tepat untuk mengukur kecepatan roket tersebut secara akurat. Berikut ini adalah hasil perhitunagn antara durasi data FFT dengan resolusi Frekuensi serta hubunganya dengan resolusi kecepatan roket.

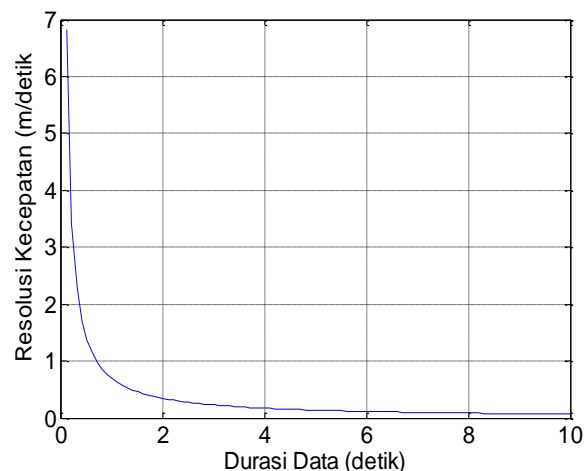
Tabel 3-1: RESOLUSI KECEPATAN ROKET TERHADAP PARAMETER FFT PADA DOPPLER 440 MHz.

Durasi Data (Detik)	Resolusi Frekuensi (Hz)	Resolusi Kecepatan Roket (m/s)
T = 0.1	10	6.8182
T = 1.0	1.0	0.6818
T = 2.0	0.50	0.3409
T = 3.0	0.32	0.2273
T = 4.0	0.25	0.1705
T = 5.0	0.2	0.1364
T = 10	0.1	0.0682

Durasi 0.1 detik mendapatkan resolusi kecepatan hingga 6.8 m/detik, jika durasi lebih lama maka akan mendapatkan resolusi 0.068 m/detik. Untuk apliaksi roket paling lama durasi adalah 0.1 detik dengan resolusi 6.8 m/detik atau dengan durasi yang lebih cepat agar dapat mengikuti gerak dinamik roket. Hubungan antara durasi data FFT dengan resolusi frekuensi tersebut dapat digambar lebih detail dengan Gambar 3-5. Terlihat durasi mulai 1 detik ke atas, kecepatan sampling data semakin lambat tetapi resolusi semakin akurat. Sebaliknya kurang dari 1 detik maka sampling data semakin cepat dan resolusi semakin kurang baik. Untuk aplikasi roket atau obyek kecepatan tinggi durasi kurang dari 1 detik menjadi parameter yang paling optimal.



Gambar 3-5: Hubungan durasi data FFT dan resolusi frekuensi Doppler frekuensi radio 440 MHz



Gambar 3-6: Hubungan durasi data FFT dan resolusi Doppler kecepatan roket dengan frekuensi radio 440 MHz

Kode Matlab yang digunakan untuk menghitung resolusi frekuensi berbasis FFT dapat dilihat pada Gambar 3-6 dan Gambar 3-7. Kode tersebut ditulis berdasarkan persamaan (2-1) hingga persamaan (2-4).

```
% simulasi dan analisis frkuensi FFT
T=0.1:0.1:10; % durasi data akuisisi
C=3E+8; % kecepatan gelombang radio
F1=440E+6; % frekuensi radio
DF=1./T; % akurasi frekuensi
V=DF*C/F1; % kecepatan roket
% Grafik
figure(1)
set(gca,'FontSize',14,'fontWeight','bold')
plot(T,V),grid
xlabel('Durasi Data (detik)')
ylabel('Resolusi Kecepatan (m/detik)');
figure(2)
set(gca,'FontSize',14,'fontWeight','bold')
plot(T,1./T),grid
xlabel('Durasi Data (detik)')
ylabel('Resolusi Frekuensi (Hz)');
```

Gambar 3-7: Kode perhitungan frekuensi berbasis FFT dengan perangkat lunak Matlab

```
% simulasi dan analisis frkuensi FFT
fs=5000;D=10; % sampling frekuensi dan durasi
t = 0:1/fs:D; % waktu
signal = sin(2*pi*1000*t)+sin(2*pi*(1000+2/D)*t); % sinyal
% perhitungan FFT
N = length(signal);
X_mags = abs(fft(signal));
bin_vals = [0 : N-1];
fax_Hz = bin_vals*fs/N;
N_2 = ceil(N/2);
% Grafik
figure(1)
set(gca,'FontSize',14,'fontWeight','bold')
plot(t, signal),grid
xlabel('Waktu (Detik)')
ylabel('Amplitudo (Volt)');
figure(2)
set(gca,'FontSize',14,'fontWeight','bold')
plot(fax_Hz(1:N_2), X_mags(1:N_2)),grid
xlabel('Frequency (Hz)')
ylabel('Magnitude');
```

Gambar 3-8: Kode analisis durasi dan resolusi terhadap frekuensi dan kecepatan roket

Perangkat lunak Matlab ini dijalankan dengan cukup cepat dan lancar pada PC desktop dengan spesifikasi prosesor intel tipe i3 dengan memori ram 8 GB dengan menggunakan Windows 7 64 bit.

4 KESIMPULAN

Perhitungan frekuensi sinyal sinus memerlukan parameter algoritma FFT yang tepat agar menghasilkan nilai yang akurat. Berdasarkan teori yang telah dijelaskan peningkatan resolusi dapat dilakukan dengan menambah waktu akuisisi data. Untuk aplikasi kecepatan tinggi durasi data FFT optimal pada waktu kurang dari 1 detik, sedangkan untuk kecepatan rendah optimal pada waktu lebih dari 1 detik. Untuk kecepatan roket durasi 0.1 detik dengan jumlah data 10 tiap detik cukup cepat dan mendapat resolusi kecepatan sekitar 6.8 m/detik yang cukup akurat untuk kecepatan roket yang mencapai lebih dari 1500 m/detik. Perangkat lunak Matlab sangat berguna dan praktis untuk analisa algoritma FFT dengan cepat, hanya merubah parameter dan dapat dibuat grafik dengan baik. Akurasi frekuensi ini dihitung dengan menggunakan sinyal sinus yang mempunyai dua frekuensi berdekatan sesuai dengan resolusi yang diinginkan.

UCAPAN TERIMAKASIH

Saya ucapkan terimakasih terhadap Pustekroket yang telah memberi fasilitas dan bantuan diskusi ide dan teknis dari sesama peneliti dosen sehingga penelitian ini dapat berjalan dengan baik.

DAFTAR RUJUKAN

- Chang Cui, Qiang Zhao, 2013. *FFT Optimization Algorithm and Realization of MATLAB*, Proc. SPIE 8878, Fifth International Conference on Digital Image Processing (ICDIP 2013), 88784B (July 19, 2013); doi:10.1117/12.2030711.
- Hong Li, Mingquan Lu, Zhenming Feng, 2008. *Direct GPS P-Code Acquisition Method Based on FFT*, Tsinghua Science & Technology, Volume 13, Issue 1, February 2008, 9-16.
- İnan Güler, Firat Hardalaç, Necaattin Barışçı, 2002. *Application of FFT Analyzed Cardiac Doppler Signals to fuzzy Algorithm*, Computers in Biology and

- Medicine, Volume 32, Issue 6, November 2002, 435-444.
- Jianxin Wu, Tong Wang, Zheng Bao, 2012. *FFT Implementation of Doppler Dependent pre-Doppler STAP*, Signal Processing, Volume 92, Issue 1, January 2012, 281-287.
- Kai Yang, Zhiqin Zhao, Jiazhou Liu, Qing Huo Liu, 2014. *Robust Adaptive Beamforming using an Iterative FFT Algorithm*, Signal Processing, Volume 96, Part B, March 2014, 253-260.
- P. Galvín, A. Romero, 2014. *A MATLAB Toolbox for Soil-structure Interaction Analysis with Finite and Boundary Elements*, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Volume 57, February 2014, 10-14.
- P.I.J. Keeton, F.S. Schlindwein, 1998, *Spectral Broadening of Clinical Doppler Signals using FFT and Autoregressive Modelling*, European Journal of Ultrasound, Volume 7, Issue 3, August 1998, Pages 209-218.
- S. Neethu, S. Sreelakshmi, Deepa Sankar, 2015. *Enhancement of Fingerprint using $FFT \times |FFT|^n$ Filter*", Procedia Computer Science, Volume 46, 2015, 1561-1568.
- Tomáš Harčarik, Jozef Bocko, Kristína Masláková, 2012. *Frequency Analysis of Acoustic Signal using the Fast Fourier Transformation in MATLAB*", Procedia Engineering, Volume 48, 2012, 199-204.
- Xiufen Yu, Ke Xu, Yueying Tang, Peng Liu, 2015. *Development and Realization of a Novel Type of High-speed Windowed Complex FFT Processor*, Optik International Journal for Light and Electron Optics, Volume 126, Issue 14, July 2015, 1381-1384.

